

## Chapitre 2

### Le diagnostic de croissance

Pour établir un diagnostic de croissance, c'est-à-dire expliquer pourquoi les performances de croissance d'un pays en développement sont décevantes, on doit disposer d'une théorie de la croissance. Les modèles de croissance exogène (Solow, Ramsey) n'ont pas pour objectif d'expliquer la croissance. Ils sont intéressés par l'ajustement dynamique de moyen-long terme de l'économie à une trajectoire de croissance équilibrée qui est exogène. Nous suivrons Hausmann, Rodrik et Velasco en utilisant les plus simples des modèles de croissance endogène, qui est le modèle AK. Ce modèle établit une équation expliquant le taux de croissance et nous nous fonderons sur elle pour expliquer comment s'effectue un diagnostic de croissance.

#### *1. Rappel d'optimisation dynamique en temps continu (Barro et Sala-i-Martin, 2003, appendix A3)*

Nous considérons un agent qui fixe à chaque instant la valeur d'une variable de contrôle pour maximiser une fonction objectif, sous contrainte. La contrainte est dynamique et décrit l'évolution de l'état de l'économie, représenté par une variable d'état, au cours du temps. Le problème est

$$\text{Max}_{c(t)} V(0) = \int_0^T v[a(t), c(t), t] dt \quad (1.1)$$

$$\dot{a}(t) = g[a(t), c(t), t]$$

$$a(0) = a_0 > 0 \text{ donné}$$

$$a(T) \exp(-rT) \geq 0$$

$V(0)$  est la valeur de la fonction objectif à la date 0.  $r > 0$  est le taux d'intérêt supposé constant.  $T$  est l'horizon de décision de l'agent.

$a(t)$  est la valeur de la variable d'état à l'instant  $t$ .  $\dot{a}(t)$  est sa dérivée par rapport au temps qui représente le changement de l'état entre les dates  $t$  et  $t+dt$ .  $v(\ )$  est l'utilité instantanée de l'agent.

$\dot{a}(t) = g[\ ]$  est l'équation de transition qui donne l'évolution de la variable d'état. La valeur initiale de celle-ci est fixée à  $a_0 > 0$ .

Si  $T$  est fini, la dernière condition équivaut à  $a(T) \geq 0$ . Si  $a(t)$  représente la richesse de l'agent à l'instant  $t$ , cette condition implique que cette richesse ne peut pas être négative à la fin de son horizon : par exemple on n'a pas le droit de mourir en laissant des dettes.

Si  $T$  est infini, la condition devient  $\lim_{T \rightarrow \infty} a(T) \exp(-rT) \geq 0$ . Alors  $a$  peut être négatif et tendre vers  $-\infty$  quand  $T$  augmente indéfiniment. Simplement il faut que le taux de décroissance de  $a$  soit inférieur au taux d'intérêt. Cela signifie que la valeur *présente* (*actualisée*) de la richesse à l'infini est non négative. Cette condition interdit les schémas à la Ponzi, où l'agent paierait éternellement la charge d'intérêt de sa dette en empruntant de plus en plus.

On associe à l'équation de transition le multiplicateur de Lagrange dynamique  $\mu(t)$  et on définit le Hamiltonien

$$H(a, c, t, \mu) \equiv v(a, c, t) + \mu g(a, c, t) \quad (1.2)$$

La solution du problème de contrôle optimal (1.1) satisfait les équations

$$\frac{\partial H}{\partial c} = 0 \quad (\text{principe du maximum}) \quad (1.3)$$

$$\frac{\partial H}{\partial a} + \dot{\mu} = 0 \quad (\text{équation d'Euler})$$

$$\mu(T)a(T) = 0 \quad (\text{condition de transversalité})$$

Si  $T$  est infini, la condition de transversalité devient  $\lim_{T \rightarrow \infty} \mu(T)a(T) = 0$ .

## 2. Le modèle de croissance endogène AK (Barro et Sala-i-Martin, 2003, section 4.1)

### 2.1. Le comportement des ménages

Les ménages sont tous identiques et maximisent la somme actualisée de leurs utilités instantanées sur un horizon infini

$$V(0) = \int_0^{\infty} \exp(-\rho t) \log(c) dt \quad (2.1)$$

$c$  représente la consommation à un instant donné et  $\log(c)$  est l'utilité des ménages au même instant. Cette utilité est actualisée pour l'instant 0 au taux d'actualisation  $\rho > 0$ , puis on somme toutes les utilités actualisées de l'instant zéro à l'infini.

La contrainte budgétaire des ménages est

$$\dot{a} = ra + w - c \quad (2.2)$$

Au début de la période ( $t, t+dt$ ), les ménages ont la richesse  $a$ . Celle-ci rapporte durant la période le revenu  $radt$ .  $w$  est le taux de salaire. Le revenu du travail des ménages durant la période est  $w dt$ . Leur consommation est  $c dt$ . La richesse des ménages augmente durant la période de  $\dot{a} dt$ . On obtient ainsi l'équation (2.2).

On a bien sûr la contrainte qui interdit aux ménages de recourir au schéma de Ponzi

$$\lim_{T \rightarrow \infty} a(T) \exp(-rT) \geq 0 \quad (2.3)$$

On applique les résultats de la sous-section précédente à ce programme dynamique, mais avec une petite astuce. Le multiplicateur dynamique de Lagrange est noté  $\exp(-\rho t)\mu(t)$  et non pas  $\mu(t)$ .

L'Hamiltonien est alors

$$H \equiv \exp(-\rho t) [\log(c) + \mu(ra + w - c)] \quad (2.4)$$

Les conditions (1.3) deviennent

$$0 = \frac{\partial H}{\partial c} = \exp(-\rho t) (1/c - \mu) \quad (2.5a)$$

$$0 = \frac{\partial H}{\partial a} + \frac{d[\mu \exp(-\rho t)]}{dt} = \exp(-\rho t) (\mu r + \dot{\mu} - \rho \mu) \quad (2.5b)$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \exp(-\rho T) \mu(T) a(T) = 0 \quad (2.5c)$$

(2.5a) donne  $c = 1/\mu$ . (2.5b) donne  $\dot{\mu}/\mu = \rho - r$ . On déduit de cette équation différentielle

$\mu(t) = \mu(0) \exp[(\rho - r)t]$ . En remplaçant  $\mu$  par  $1/c$ , nous obtenons

$$c(t) = c(0) \exp[(r - \rho)t] \quad (2.6)$$

Si  $a > 0$ , nous avons  $c(t) > 0$  pour tout  $t$ . L'équation (2.5c) peut être réécrite

$$0 = \lim_{T \rightarrow \infty} \exp(-\rho T) \mu(T) a(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \exp(-\rho T) \exp[(\rho - r)T] a(T) / c(0) \text{ ou}$$

$$\lim_{T \rightarrow \infty} \exp(-rT)a(T) = 0 \quad (2.7)$$

Le taux d'intérêt  $r$  représente l'impatience du marché.  $\rho$  représente l'impatience des ménages. Quand les deux impatiences sont les mêmes, les ménages égalisent leur consommation de chaque instant, c'est-à-dire ils lissent parfaitement leur consommation, comme dans la théorie du revenu permanent de Friedman. Si  $r > \rho$ , c'est-à-dire si le marché est plus impatient que les ménages, alors ceux-ci choisiront de consommer peu et épargner beaucoup, de sorte que leur consommation augmente au cours du temps. Nous avons le résultat opposé si le marché est moins impatient que les ménages, c'est-à-dire si  $r < \rho$ .

## 2.2. Le comportement des entreprises

Je suppose que la fonction de production est

$$y = Ak, \text{ avec } A > 0, \text{ avec } k(0) = k_0 > 0 \text{ donné} \quad (2.8)$$

La productivité marginale du capital est constante et égale à  $A$ . Elle ne décroît pas avec le stock de capital, ce qui est la grande différence avec les modèles de croissance exogène de Solow ou de Ramsey.

Le profit instantané des entreprises est  $y - (r + \delta)k = (A - r - \delta)k$ , où  $\delta$  est le taux de dépréciation du capital. Si le taux d'intérêt,  $r$ , c'est-à-dire le coût d'usage du capital, est plus petit que  $A - \delta$ , le profit marginal est positif et constant et la demande de capital par les entreprises est infinie. Si on avait au contraire  $r > A - \delta$ , le profit marginal serait négatif et constant et la demande de capital par les entreprises serait nulle, alors qu'il existe un stock de capital disponible (c'est-à-dire une offre) positif. Donc, à l'équilibre, le taux d'intérêt est donné par

$$r = A - \delta \quad (2.9)$$

## 2.3. L'équilibre

La richesse des ménages ne peut être détenue que sous forme de capital. A l'équilibre on a

$$a = k \quad (2.10)$$

La demande de bien est égale à la production

$$c + \dot{k} + \delta k = Ak \quad (2.11)$$

Comme le travail n'est pas employé dans la production, le taux de salaire est nul

$$w = 0 \quad (2.12)$$

Le taux de croissance de la consommation des ménages est  $r - \delta = A - \rho - \delta$ . Nous imposons la condition sur les paramètres

$$A > \rho + \delta \quad (2.14)$$

Alors, la consommation des ménages croît au cours du temps.

On substitue dans l'équation (2.11) l'expression de  $c$  donnée par les équations (2.6) et (2.9). On obtient l'équation différentielle

$$\dot{k} - (A - \delta)k = -c(0)\exp[(A - \rho - \delta)t]$$

On résout cette équation par la méthode habituelle et on obtient

$$k(t) = \frac{c(0)}{\rho} \exp[(A - \rho - \delta)t] + ct \exp[(A - \delta)t]$$

Pour déterminer le terme constant  $ct$  on utilise la condition (2.7)

$$\begin{aligned} 0 &= \lim_{T \rightarrow \infty} \exp(-rT)k(T) = \lim_{T \rightarrow \infty} \exp[-(A - \delta)T] \left\{ \frac{c(0)}{\rho} \exp[(A - \rho - \delta)T] + ct \exp[(A - \delta)T] \right\} \\ &= \lim_{T \rightarrow \infty} \left\{ \frac{c(0)}{\rho} \exp[-\rho T] + ct \right\} \end{aligned}$$

Donc, le terme constant est égal à zéro. Finalement on a

$$k(t) = k_0 \exp[(A - \rho - \delta)t] \quad (2.15a)$$

$$c(t) = \rho k(t) \quad (2.15b)$$

On constate donc qu'à partir de l'instant zéro, le capital croît au taux positif  $A - \rho - \delta$ . La production,  $y = Ak$  et la consommation  $c = \rho k$ , croissent au même taux.

### 3. *Le diagnostic de croissance (Hausmann, Rodrik et Velasco, 2005)*

Nous avons établi dans la section précédente que le taux de croissance de l'économie est

$$g = A - \delta - \rho = r - \rho \quad (3.1)$$

Nous généralisons cette analyse en introduisant un taux de taxation sur le capital,  $\tau$ , qui introduit un écart entre le coût du capital pour les entreprises et la rémunération du capital dont bénéficient les ménages. On montre facilement que le taux de croissance est alors

$$g = (A - \delta)(1 - \tau) - \rho = r(1 - \tau) - \rho \quad (3.2)$$

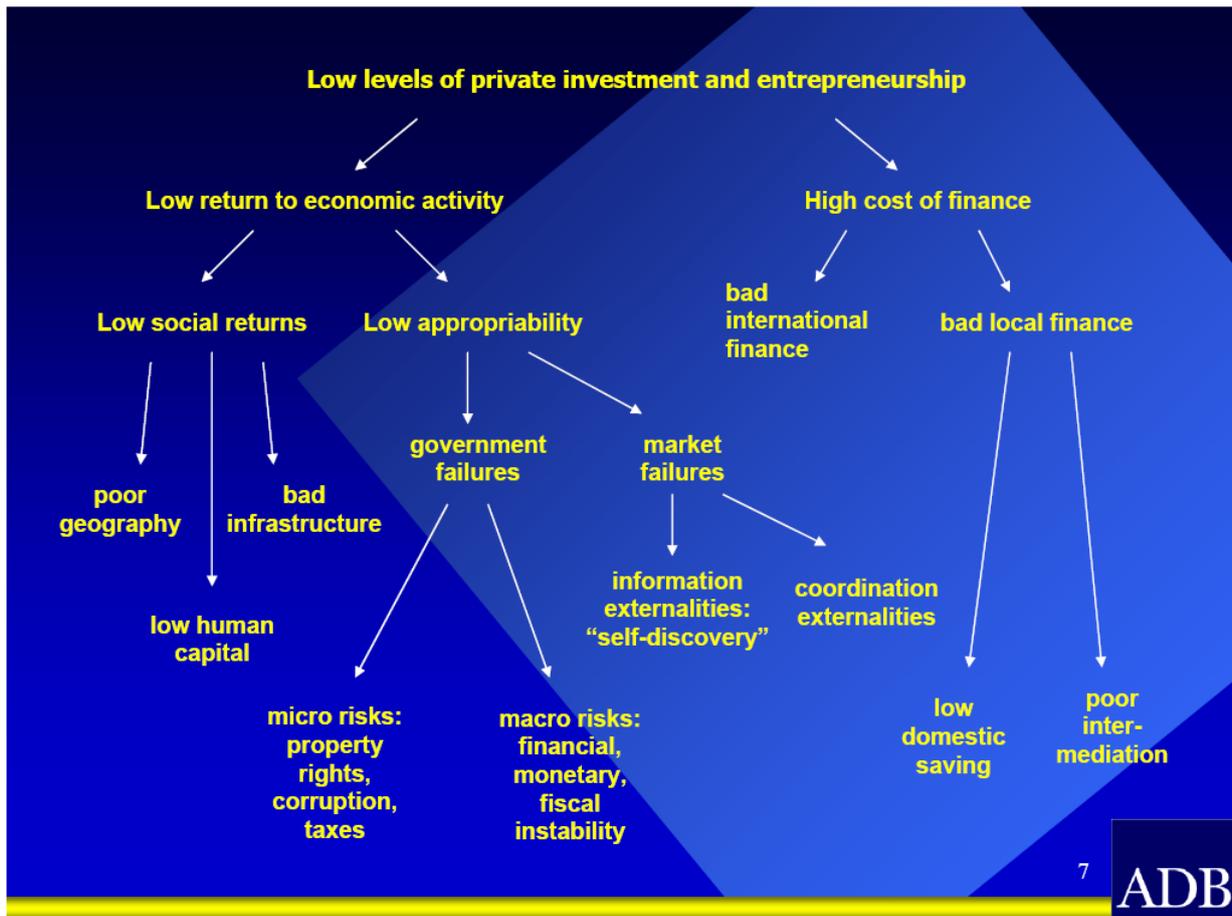
Hausmann, Rodrik et Velasco ajoutent que le taux de croissance  $g$  peut être augmenté si les ménages peuvent emprunter à l'étranger au taux  $r^* < \rho$  un montant  $d = \lambda(k - d)$ , où  $k-d$  représente le capital financé sur ressources des ménages et est utilisé comme collatéral de la dette extérieure  $d$  et  $\lambda > 0$  est un paramètre.

Nous avons interprété  $\tau$  comme un taux de taxation du capital, qui réduit la rentabilité de celui-ci pour les ménages. Il peut représenter bien d'autres choses ayant le même effet. Par exemple il peut représenter un manque d'infrastructures qui réduit la productivité naturelle du capital, ou il être une inefficacité du système d'intermédiations financières national, qui creuse l'écart entre la productivité du capital et la rémunération des ménages.

Le diagnostic de croissance tente d'identifier les contraintes les plus strictes, puis de concevoir des politiques prioritaires ayant l'impact bénéfique le plus fort dans un cadre de second best.

Pour cela on identifie pour un pays les principaux facteurs de croissance et on recherche ceux dont la défaillance a l'effet le plus contraignant sur le taux de croissance. On identifie aussi les distorsions qui sont dans l'arrière-plan de ces défaillances.

Hausmann, Rodrik et Velasco proposent le schéma suivant pour aider cette démarche.



### **Astuces pour avancer dans le diagnostic**

Quand une contrainte gêne fortement la croissance elle donne lieu à des activités des agents pour essayer de la contourner. Par exemple une fiscalité excessive conduit à un secteur informel important. Un système juridique médiocre conduit à des mécanismes informels de résolution des conflits. Une mauvaise intermédiation financière conduit à internaliser la finance par la construction de grands groupes.

Comparer la situation actuelle à des situations passées. Comparer à d'autres pays. Examiner les opinions du monde des affaires.

Si l'économie croît rapidement examiner si la croissance est soutenable, si certaines régions n'ont pas été éliminées, etc.

### **Bibliographie**

Barro Robert J. et Xavier Sala-i-Martin (2003) *Economic Growth*, The MIT Press.

Hausmann Ricardo, Dani Rodrik et Andrés Velasco (2005), "Growth Diagnostics".